

# MateMATURA #4 Rozwiązania

Warto wiedzieć

Procent to setna część (część)

$$0,02 = 2\% \quad 0,17 = 17\% \quad 0,005 = 0,5\%$$

**Zad. 1.** Obliczanie procentu danej wartości

a) Jaki procent każdej z kwot: 200 zł, 500 zł, 30 zł, 5 zł stanowi kwota 50 zł?

$$50 \text{ z } 200 \text{ to } \frac{50}{200} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$$

$$50 \text{ z } 500 \text{ to } \frac{50}{500} = \frac{1}{10} = 0,1 = 10\%$$

$$50 \text{ z } 30 \text{ to } \frac{50}{30} = \frac{5}{3} = \frac{5}{3} \cdot 100\% = \frac{500}{3}\% = 167 \frac{2}{3}\%$$

$$50 \text{ z } 5 \text{ to } \frac{50}{5} = 10 = 10 \cdot 100\% = 1000\%$$

b) W klasie jest cztery razy więcej dziewcząt niż chłopców. Ile procent wszystkich uczniów tej klasy stanowią dziewczęta?

ilość chłopców -  $x$

ilość dziewcząt -  $4x$

wszyscy uczniowie:  $x + 4x = 5x$

Dziewczyny z wszystkich to  $\frac{4x}{5x} = \frac{4}{5} = 0,8 = 80\%$

c) Czterech przyjaciół zarejestrowało spółkę. Wysokość udziałów poszczególnych wspólników w kapitale zakładowym spółki wyraża stosunek 12:8:3:2. Jaka część kapitału zakładowego stanowi udział największego inwestora?

udział 1 inwestora:  $12x$  (największy)

udział 2 inwestora:  $8x$

udział 3 inwestora:  $3x$

udział 4 inwestora:  $2x$

całość:  $12x + 8x + 3x + 2x = 25x$

Największy z całości to  $\frac{12x}{25x} = \frac{12}{25} = 0,48 = 48\%$

## Warto wiedzieć

Aby obliczyć procent z liczby trzeba pomnożyć procent (ułamek) przez liczbę.

### Zad. 2. Obliczanie procentu danej liczby

a) Oblicz 15% liczby 18

$$15\% \text{ z } 18 = 0,15 \cdot 18 = 2,7$$

Kalkulator  $18 \times 15\% \rightarrow 2,7$

b) Oblicz 4% liczby 25

$$4\% \text{ z } 25 = 0,04 \cdot 25 = 1$$

c) Oblicz 2,5% liczby 40

$$2,5\% \text{ z } 40 = 0,025 \cdot 40 = 1$$

d) Oblicz 121% liczby 35

$$121\% \text{ z } 35 = 1,21 \cdot 35 = 42,35$$

e) Od 17% liczby 21 odejmij 21% liczby

17

$$17\% \text{ z } 21 - 21\% \text{ z } 17 =$$

$$0,17 \cdot 21 - 0,21 \cdot 17 = 3,57 - 3,57 = 0$$

### Zad. 3. Wyznaczenie liczby, której procent znamy

a) Znajdź liczbę, której 7,5% wynosi 150

$$7,5\% \text{ z } x = 150$$

$$0,075x = 150 \quad | : 0,075$$

$$x = 2000$$

Kalkulator:  $150 \div 7,5\% \rightarrow 2000$

b) Znajdź liczbę, której 115% wynosi 69

$$x = 69 : 115\% = 69 : 1,15 = 60$$

c) Znajdź liczbę, której 2,5% wynosi 8

$$x = 8 : 2,5\% = 8 : 0,025 = 320$$

d) Znajdź liczbę, której 150% wynosi 78

$$x = 78 : 150\% = 78 : 1,5 = 52$$

e) Znajdź liczbę, której 4% wynosi 8

$$x = 8 : 4\% = 8 : 0,04 = 200$$

**Zad. 4. Podwyżki, obniżki**

a) Znajdź liczbę o 15% większą od 70

I sposób: 70 zwiększamy o 15% z 70 =  
 $70 + 0,15 \cdot 70 = 70 + 10,5 = 80,5$

II sposób  $100\% + 15\% = 115\%$   
 $115\% \cdot 70 = 1,15 \cdot 70 = 80,5$

Kalkulator  $70 + 15\% \rightarrow 80,5$

b) Znajdź liczbę o 120% większą od 60

$$100\% + 120\% = 220\%$$
$$220\% \cdot 60 = 2,2 \cdot 60 = 132$$

c) Znajdź liczbę o 7% mniejszą od 5000

$$100\% - 7\% = 93\%$$
$$93\% \cdot 5000 = 0,93 \cdot 5000 = 4650$$

Kalkulator  $5000 - 7\% \rightarrow 4650$

d) Znajdź liczbę o 1,5% mniejszą od 750

$$100\% - 1,5\% = 98,5\%$$
$$98,5\% \cdot 750 = 0,985 \cdot 750 = 738,75$$

e) Płyta kosztowała 80 zł, a po obniżce 60 zł. O ile procent obniżono cenę płyty?

Obniżona cena  $\circ 80 - 60 = 20 \text{ zł}$   
 $20 \text{ z } 80 \text{ to } \frac{20}{80} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$

f) Buty, które kosztowały 220 zł, przeceniono i sprzedano za 176 zł. O ile procent obniżono cenę butów?

Buty przeceniono  $\circ 220 - 176 = 44 \text{ zł}$   
 $44 \text{ z } 220 = \frac{44}{220} = 0,2 = 20\%$

g) Cena pewnego towaru w wyniku obniżki o 10% zmniejszyła się o 2018 zł. Ile ten towar kosztował po obniżce?

Towar przed obniżką:  $x$

Obniżka:  $10\% \text{ z } x = 0,1x = 2018$

Towar po obniżce  $(100\% - 10\%) \text{ z } x = 90\% \cdot x = 0,9x$

$$0,1x = 2018 \quad /: 0,1$$

$$x = 20180$$

$$0,9x = 0,9 \cdot 20180 = 18162 \text{ zł}$$

- h) Spodnie po obniżce ceny o 30% kosztują 126 zł. Ile kosztowały spodnie przed obniżką?

Cena spodni przed obniżką:  $x$

$$100\% - 30\% = 70\%$$

$$70\% z x = 126$$

$$x = 126 : 0,7 = 180 //$$

- i) Medyczna ochronna maseczka wskutek podwyżki zdrożała o 40% i kosztuje obecnie 106,40 zł. Ile kosztowała maseczka przed podwyżką?

Cena maseczki przed podwyżką:  $x$

$$100\% + 40\% = 140\%$$

$$140\% z x = 106,4$$

$$x = 106,4 : 1,4 = 76 //$$

- j) Cenę pewnego towaru dwukrotnie zmniejszono o 20%. Teraz za ten towar trzeba zapłacić 768 zł. Jaka była cena początkowa?

Cena początkowa:  $x$

$$100\% - 20\% = 80\%$$

Cena po pierwszej obniżce:  $80\% z x = 0,8x$

Cena po drugiej obniżce:  $80\% z 0,8x = 0,8 \cdot 0,8x = 0,64x = 768$

$$x = 768 : 0,64 = 1200 //$$

- k) Cenę pewnego towaru zwiększono o 8%, a potem zmniejszono o 25%. Teraz ten towar kosztuje 1215 zł. Jaka była cena początkowa?

Cena początkowa:  $x$

$$100\% + 8\% = 108\%$$

Cena po podwyżce:  $108\% z x = 1,08x$

$$100\% - 25\% = 75\%$$

Cena po podwyżce:  $75\% z 1,08x = 0,75 \cdot 1,08x = 0,81x = 1215$

$$x = 1215 : 0,81 = 1500 \underline{\underline{zł}}$$

- l) Cenę pewnego produktu zwiększono o 20%, a potem jeszcze o 30%. O ile procent obecna cena jest wyższa od początkowej?

cena początkowa:  $x$

$$100\% + 20\% = 120\%$$

Cena po 1 podwyżce:  $120\% z x = 1,2x$

$$100\% + 30\% = 130\%$$

Cena po 2 podwyżce:  $130\% z 1,2x = 1,3 \cdot 1,2x = 1,56x$

$1,56x$  jest większe od  $x$  o  $0,56x$  czyli  $56\%$  //

- m) Cenę produktu zwiększono o 10%, a potem zmniejszono o 40%. O ile procent obecna cena jest mniejsza od początkowej?

Cena początkowa:  $x$

$$100\% + 10\% = 110\%$$

Cena po podwyżce:  $110\% z x = 1,1x$

$$100\% - 40\% = 60\%$$

Cena po obniżce:  $60\% z 1,1x = 0,6 \cdot 1,1x = 0,66x$

$0,66x$  jest mniejsze od  $x$  o  $0,34x$  czyli  $34\%$   $x$

- n) Jabłka kosztują 2,50 zł za kilogram, a gruszki są o 60% droższe. O ile procent tańsze są jabłka od gruszek?

Jabłko 2,50

$$60\% z 2,50 = 0,6 \cdot 2,5 = 1,5$$

Gruszki  $2,5 + 1,5 = 4$

Jabłko są tańsze o 1,5 zł

$$1,5 \text{ zł} z 4 = \frac{1,5}{4} = 0,375 = 37,5\%$$

II sposób:

$$G = J + 60\% J$$

$$G = J + 0,6J = 1,6J \quad // 1,6$$

$$J = 0,625G = 62,5\% G$$

$$JABŁKA SĄ TAŃSZE O  $100\% - 62,5\% = 37,5\%$$$

Warto wiedzieć - tablice str. 10

### Procent składany

Jeżeli kapitał początkowy  $K_0$  złożymy na okres  $n$  lat na lokacie bankowej, której oprocentowanie wynosi  $p\%$  w skali rocznej, a kapitalizacja odsetek następuje po upływie każdego roku trwania lokaty, to kapitał końcowy  $K_n$  jest określony wzorem:

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

**Zad. 5. Procent składany**

- a) Klient wpłacił do banku 30 000 zł na lokatę dwuletnią. Po każdym rocznym okresie oszczędzania bank dolicza odsetki w wysokości 7% od kwoty bieżącego kapitału znajdującego się na lokacie. Ile wynosi po dwóch latach oszczędzania łączna wartość doliczonych odsetek na tej lokacie (bez uwzględniania podatków)?

$$K_0 = 30000 \quad p = 7 \quad n = 2$$

$$K_2 = 30000 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)^2 = 30000 \cdot 1,07^2 = 34347 \text{ zł}$$

$$\text{Odsetki: } 34347 - 30000 = 4347 \text{ zł}$$

- b) Klient wpłacił do banku na trzyletnią lokatę kwotę w wysokości  $K$  zł. Po każdym rocznym okresie oszczędzania bank dolicza odsetki w wysokości 6% od kwoty bieżącego kapitału znajdującego się na lokacie – zgodnie z procentem składanym. Zapisz wyrażenie, za pomocą którego można opisać stan lokaty po trzech latach oszczędzania w tym banku kwota na lokacie (bez uwzględniania podatków).

$$K_0 = K \quad p = 6 \quad n = 3$$

$$K_3 = K \left(1 + \frac{6}{100}\right)^3 = 1,06^3 \cdot K$$

- c) Dziadek założył w banku trzyletnią lokatę pieniężną o stałej rocznej stopie procentowej równej 5% (już po uwzględnieniu podatków i prowizji). Odsetki są kapitalizowane po każdym roku trwania lokaty. Całość środków, otrzymanych z banku po zlikwidowaniu lokaty, dziadek podzielił równo pomiędzy dziewięcioro wnucząt tak, że każde z dzieci otrzymało 1029 zł. Oblicz początkową kwotę lokaty?

$$K_0 = x \quad p = 5 \quad n = 3 \quad K_n = 9 \cdot 1029 = 9261$$

$$9261 = x \left(1 + \frac{5}{100}\right)^3$$

$$9261 = x \cdot 1,05^3$$

$$9261 = 1,157625x \quad // \quad 1,157625$$

$$x = 8000 \text{ zł}$$

**Zad.6.**

- a) Świeże grzyby zawierają 90% wody. W wyniku suszenia masa grzybów zmniejszyła się ośmiokrotnie. Ile procent wody zawierają suszone grzyby?

Masa świeżych grzybów:  $x$

Woda w świeżych grzybach:  $90\% z x = 0,9x$

"Sucha masa" w grzybach:  $x - 0,9x = 0,1x$

Masa suszonych grzybów:  $\frac{1}{8}x = 0,125x$

Masa wody w suszonych grzybach:  $0,125x - 0,1x = 0,025x$

Woda w suszonych grzybach  $\frac{0,025x}{0,125x} = \frac{25}{125} = \frac{1}{5} = 0,2 = \underline{\underline{20\%}}$

- b) Ze 100 kg mleka o zawartości 3,8 % tłuszczu odciągnięto 10 kg śmietanki zawierającej 20 % tłuszczu. Ile procent tłuszczu zawiera odtłuszczone mleko?

$$\begin{aligned} \text{Masa tłuszczu w mleku: } 3,8\% \text{ z } 100 \text{ kg} &= 0,038 \cdot 100 \text{ kg} = \\ &= 3,8 \text{ kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Masa tłuszczu w śmietanie: } 20\% \text{ z } 10 \text{ kg} &= 0,2 \cdot 10 \text{ kg} = \\ &= 2 \text{ kg} \end{aligned}$$

$$\text{Masa odtłuszczonego mleka: } 100 \text{ kg} - 10 \text{ kg} = 90 \text{ kg}$$

$$\text{Masa tłuszczu w odtłuszczonej mleku: } 3,8 \text{ kg} - 2 \text{ kg} = 1,8 \text{ kg}$$

$$1,8 \text{ kg z } 90 \text{ kg} = \frac{1,8}{90} = 0,02 = 2\%$$

- c) W stadzie liczącym osiemdziesiąt koni ogiery stanowią 10 %. Właściciel stada zamierza sprzedać pięć ogierów. Jaki procent stada będą stanowić wtedy ogiery?

$$\text{Ogiery: } 10\% \text{ z } 80 = 0,1 \cdot 80 = 8$$

$$\text{Po sprzedaży zostało } 80 - 5 = 75 \text{ koni}$$

$$8 - 5 = 3 \text{ ogiery}$$

$$3 \text{ z } 75 \text{ to } \frac{3}{75} = \frac{1}{25} = 0,04 = 4\%$$