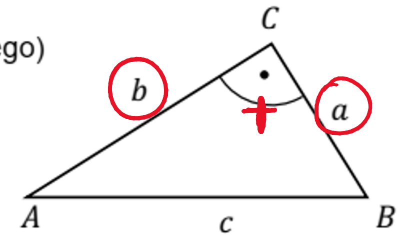
MateMATURA #6 Rozwiązania

Warto wiedzieć (tablice maturalne str. 15)

- Twierdzenie Pitagorasa (wraz z twierdzeniem odwrotnym do niego)

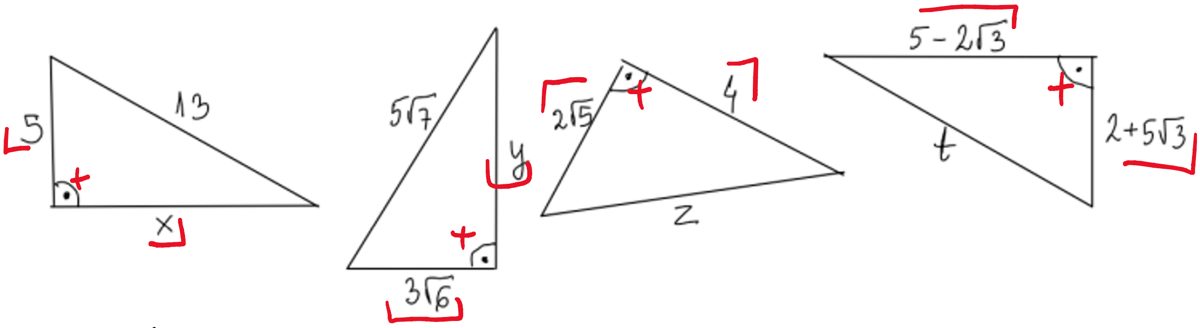


Jeżeli w trójkącie ABC kąt γ jest kątem prostym, to:

$$\boxed{a^2 + b^2 = c^2}$$

Jeżeli w trójkącie ABC długości boków spełniają równość $a^2 + b^2 = c^2$, to kąt γ jest kątem prostym.

Zad. 1. Oblicz długości boków oznaczonych literami



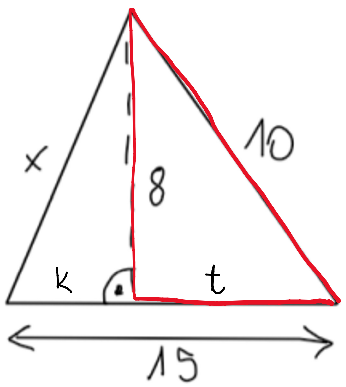
$x^2 + 5^2 = 13^2$
$x^2 + 25 = 169$
$x^2 = 169 - 25$
$x^2 = 144$
$x = \sqrt{144} = 12$

$(2\sqrt{5})^2 + 4^2 = z^2$
$4 \cdot 5 + 16 = z^2$
$20 + 16 = z^2$
$z^2 = 36$
$z = \sqrt{36} = 6$

$y^2 + (3\sqrt{6})^2 = (5\sqrt{7})^2$
$y^2 + 9 \cdot 6 = 25 \cdot 7$
$y^2 + 54 = 175$
$y^2 = 175 - 54 = 121$
$y = \sqrt{121} = 11$

$(5-2\sqrt{3})^2 + (2+5\sqrt{3})^2 = t^2$
$5^2 + 2 \cdot 5 \cdot (-2\sqrt{3}) + (-2\sqrt{3})^2 + 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot (5\sqrt{3}) + (5\sqrt{3})^2 = t^2$
$25 \underline{-20\sqrt{3}} + 4 \cdot 3 + 4 \underline{+20\sqrt{3}} + 25 \cdot 3 = t^2$
$t^2 = 25 + 12 + 4 + 75 = 116$
$t = \sqrt{116} = \sqrt{4 \cdot 29} = 2\sqrt{29}$

Zad. 2. Oblicz długości odcinków oznaczonych literami



$8^2+t^2=10^2$

$64+t^2=100$

$t^2=100-64=36$

$t=\sqrt{36}=6$

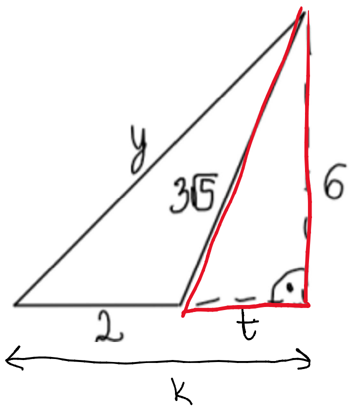
$k=15-t=15-6=9$

$k^2+8^2=x^2$

$9^2+8^2=x^2$

$x^2=81+64=145$

$x=\sqrt{145}$



$6^2+t^2=(3\sqrt{5})^2$

$36+t^2=9\cdot 5$

$t^2=45-36=9$

$t=\sqrt{9}=3$

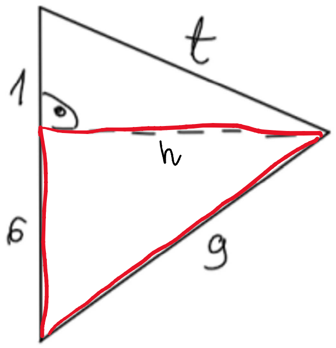
$k=2+t=2+3=5$

$k^2+6^2=y^2$

$y^2=5^2+6^2=25+36$

$y^2=61$

$y=\sqrt{61}$



$6^2+h^2=9^2$

$36+h^2=81$

$h^2=81-36=45$

$1^2+h^2=t^2$

$1+45=t^2$

$t^2=46$

$t=\sqrt{46}$

Warto wiedzieć (tablice maturalne str. 16)

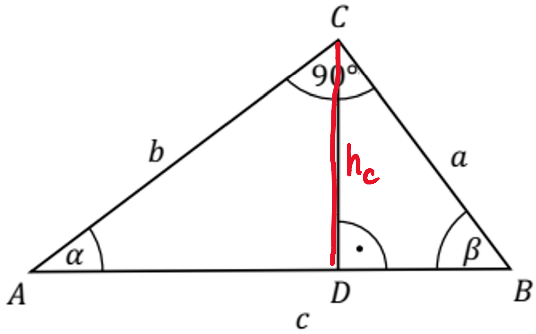
- Związki miarowe w trójkącie prostokątnym

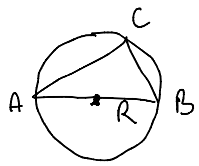
Przyjmijmy, że w trójkącie ABC kąt przy wierzchołku C jest kątem prostym. Niech D będzie spodkiem wysokości opuszczonej z wierzchołka C na podstawę AB trójkąta. Wówczas:

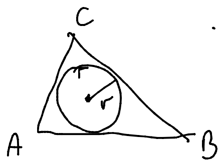
$$h_c=\sqrt{|AD|\cdot|DB|} \qquad h_c=\frac{ab}{c}$$

$$r=\frac{a+b-c}{2} \qquad R=\frac{1}{2}c$$

$$a=c\cdot\sin\alpha=c\cdot\cos\beta=b\cdot\operatorname{tg}\alpha=b\cdot\frac{1}{\operatorname{tg}\beta}$$





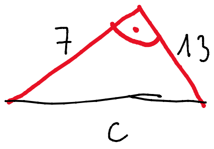


R, r – długości promieni okręgów, odpowiednio, opisanego i wpisanego w trójkąt ABC

Zad. 3.

a) Przyprostokątne trójkąta prostokątnego mają długości 7 i 13. Jaką długość ma wysokość tego trójkąta poprowadzona z wierzchołka kąta prostego?

$h_c = ?$

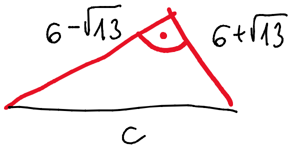


$c^2 = 7^2 + 13^2 = 49 + 169 = 218$

$c = \sqrt{218}$

$h_c = \frac{a \cdot b}{c} = \frac{13 \cdot 7}{\sqrt{218}} = \frac{91}{\sqrt{218}} = \frac{91\sqrt{218}}{218}$

b) Przyprostokątne trójkąta prostokątnego mają długości $6 - \sqrt{13}$ i $6 + \sqrt{13}$. Oblicz długość przeciwprostokątnej tego trójkąta.



$c = ?$

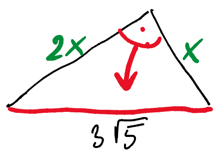
$c^2 = (6-\sqrt{13})^2 + (6+\sqrt{13})^2$

$c^2 = 6^2 + 2 \cdot 6(-\sqrt{13}) + (-\sqrt{13})^2 + 6^2 + 2 \cdot 6 \cdot \sqrt{13} + (\sqrt{13})^2$

$c^2 = 36 - 12\sqrt{13} + 13 + 36 + 12\sqrt{13} + 13 = 98$

$c = \sqrt{98} = \sqrt{49 \cdot 2} = 7\sqrt{2}.$

c) Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość $3\sqrt{5}$, a jedna z przyprostokątnych jest dwa razy dłuższa od drugiej. Oblicz pole tego trójkąta.



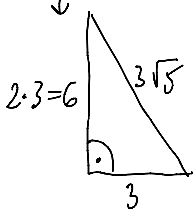
$(2x)^2 + x^2 = (3\sqrt{5})^2$

$4x^2 + x^2 = 9 \cdot 5$

$5x^2 = 45 \quad // 5$

$x^2 = 9$

$x = 3$

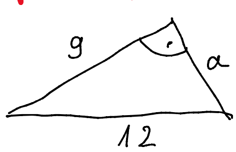


$P = \frac{1}{2} a \cdot h$

$P = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 = 9$ //

d) W trójkącie prostokątnym dwa dłuższe boki mają długość 9 i 12. Oblicz wysokość opuszczoną na przeciwprostokątną.

Warto wiedzieć → Najdłuższym bokiem w trójkącie prostokątnym jest przeciwprostokątna.



$a^2 + 9^2 = 12^2$

$a^2 + 81 = 144$

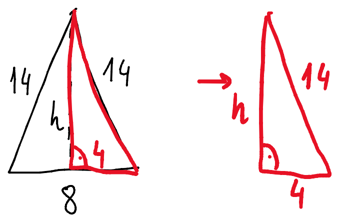
$a^2 = 144 - 81 = 63$

$a = \sqrt{63} = \sqrt{9 \cdot 7} = 3\sqrt{7}$

$h_c = \frac{a \cdot b}{c} = \frac{\cancel{3}^{1}\sqrt{7} \cdot 9}{\cancel{12}_{4}} = \frac{9\sqrt{7}}{4}$ //

Zad. 4.

a) Oblicz pole trójkąta równoramiennego, w którym podstawa ma długość 8, a ramię 14.



$h^2+4^2=14^2$

$h^2+16=196$

$h^2=196-16=180$

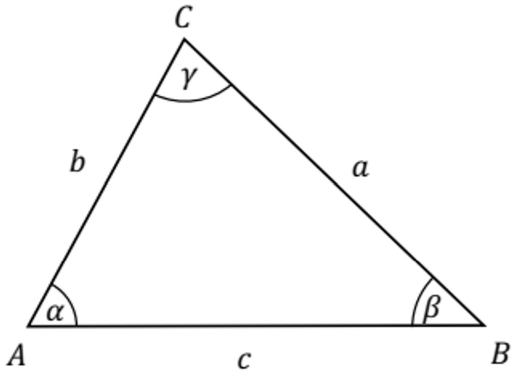
$h=\sqrt{180}=\sqrt{36\cdot 5}=6\sqrt{5}$

$P_\Delta = \frac{1}{2}a\cdot h = \frac{1}{2}\cdot 8\cdot 6\sqrt{5}$

$P_\Delta = 24\sqrt{5}$

II sposób.

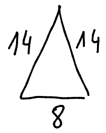
Warto wiedzieć (tablice maturalne str. 15 i 16)



p – połowa obwodu trójkąta ABC, tj.

$$p=\frac{a+b+c}{2}$$

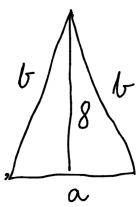
$$P_{\Delta ABC}=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$



$p=\frac{14+14+8}{2}=\frac{36}{2}=18$

$P_\Delta=\sqrt{18(18-14)(18-14)(18-8)}=\sqrt{18\cdot 4\cdot 4\cdot 10}=2\cdot 2\sqrt{180}=4\sqrt{36\cdot 5}=4\cdot 6\sqrt{5}=24\sqrt{5}$

b) Wysokość trójkąta równoramiennego poprowadzona do podstawy ma długość 8. Jaki obwód ma ten trójkąt, jeśli jego pole jest równe 32.

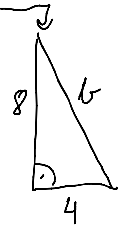


$P=32$

$\frac{1}{2}\cdot a\cdot 8=32$

$4a=32$

$a=8$



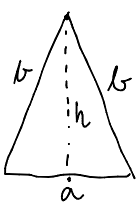
$b^2=8^2+4^2=64+16=80$

$b=\sqrt{80}=\sqrt{16\cdot 5}=4\sqrt{5}$

$Ob_\Delta=a+2b=8+2\cdot 4\sqrt{5}$

$Ob_\Delta=8+8\sqrt{5}$

c) W trójkącie równoramiennym o obwodzie 32 wysokość jest o 4 krótsza od podstawy. Oblicz pole tego trójkąta.



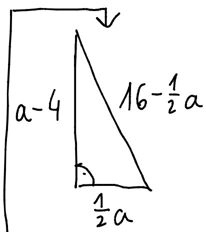
$Ob_\Delta=32$

$a+2b=32$

$2b=32-a \quad /:2$

$b=16-\frac{1}{2}a$

$h=a-4$



$(a-4)^2+\left(\frac{1}{2}a\right)^2=\left(16-\frac{1}{2}a\right)^2$

$a^2+2a\cdot(-4)+(-4)^2+\frac{1}{4}a^2=16^2+2\cdot 16\left(-\frac{1}{2}a\right)+\left(-\frac{1}{2}a\right)^2$

$a^2-8a+16+\frac{1}{4}a^2=256-16a+\frac{1}{4}a^2$

$a^2-8a+16+\frac{1}{4}a^2-256+16a-\frac{1}{4}a^2=0$

$a^2+8a-240=0$

$A=1 \quad B=8 \quad C=-240$

$\Delta=B^2-4AC=64-4\cdot 1(-240)=64+960=1024$

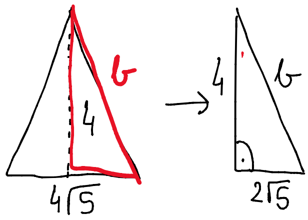
$a=\frac{-B\pm\sqrt{\Delta}}{2A}=\frac{-8\pm\sqrt{1024}}{2\cdot 1}=\frac{-8\pm 32}{2}$

$\frac{24}{2}=12$

$-\frac{40}{2}=-20$ sprzecz.

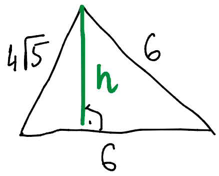
$a = 12 \quad h = 12 - 4 = 8 \rightarrow P = \frac{1}{2} a \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 8 = 6 \cdot 8 = 48$

d) Długość podstawy trójkąta równoramiennego wynosi $4\sqrt{5}$, a wysokość opuszczona na tę podstawę jest równa 4. Oblicz długość ramienia tego trójkąta oraz wysokość na nią opuszczoną.



$b^2 = 4^2 + (2\sqrt{5})^2 = 16 + 4 \cdot 5 = 16 + 20 = 36$

$b = \sqrt{36} = 6$



$P_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{5} \cdot 4 = 8\sqrt{5}$

$P_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot h = 3h$

$3h = 8\sqrt{5} \quad /:3$

$h = \frac{8\sqrt{5}}{3}$

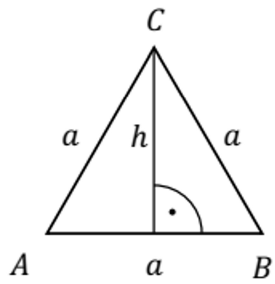
Warto wiedzieć (tablice maturalne str. 16)

- Związki miarowe w trójkącie równobocznym

a – długość boku trójkąta równobocznego
h – wysokość trójkąta równobocznego

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \qquad P_\Delta = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$r = \frac{1}{3}h \qquad R = \frac{2}{3}h$$



e) Oblicz obwód trójkąta równobocznego, którego pole wynosi $9\sqrt{3}$.

$P_\Delta = 9\sqrt{3}$

$9\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \quad /:\sqrt{3}$

$9 = \frac{a^2}{4} \quad / \cdot 4$

$a^2 = 36$

$a = \sqrt{36} = 6$

$Ob_\Delta = 3a = 3 \cdot 6 = 18$

f) Oblicz pole trójkąta równobocznego, którego wysokość wynosi 6.

$h = 6$

$6 = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad / \cdot 2$

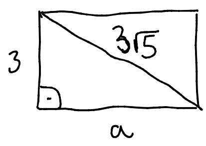
$12 = a\sqrt{3} \quad /:\sqrt{3}$

$a = \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$

$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(4\sqrt{3})^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\cancel{16}^{4} \cdot 3\sqrt{3}}{\cancel{4}_1} = 12\sqrt{3}$

Zad. 5.

a) Oblicz pole i obwód prostokąta, w którym bok ma długość 3, a przekątna $3\sqrt{5}$.



$3^2+a^2=(3\sqrt{5})^2$

$9+a^2=9\cdot 5$

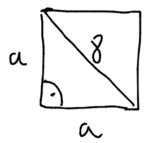
$a^2=45-9=36$

$a=\sqrt{36}=6$

$P_{\square}=a\cdot b=3\cdot 6=18$

$Ob_{\square}=2a+2b=2\cdot 3+2\cdot 6=6+12=18$

b) Oblicz pole i obwód kwadratu, którego przekątna ma długość 8.



$a^2+a^2=8^2$

$2a^2=64$

$a^2=32$

$a=\sqrt{32}=\sqrt{16\cdot 2}=4\sqrt{2}$

$P_{\square}=a^2=32$

$Ob_{\square}=4a=4\cdot 4\sqrt{2}=16\sqrt{2}$

II sposób

Warto wiedzieć (przekątna kwadratu $d=a\sqrt{2}$

$a\sqrt{2}=8 \;//\sqrt{2}$

$a=\frac{8}{\sqrt{2}}=\frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{8\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}$

$P_{\square}=a^2=(4\sqrt{2})^2=16\cdot 2=32$

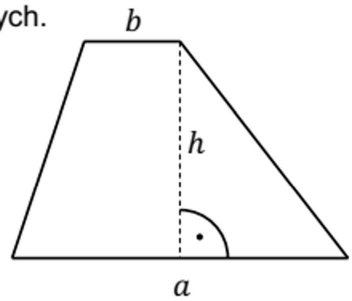
$Ob_{\square}=4a=4\cdot 4\sqrt{2}=16\sqrt{2}$

Warto wiedzieć (tablice maturalne str. 20)

- Czworokąty

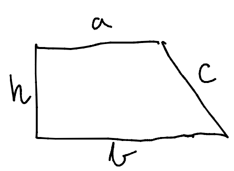
Trapez – czworokąt, który ma co najmniej jedną parę boków równoległych.
Wzór na pole P trapezu:

$$P=\frac{a+b}{2}\cdot h$$



Zad. 6.

a) W trapezie prostokątnym o obwodzie 8, krótsza podstawa i wysokość mają równe długości. Różnica długości podstaw wynosi 2. Oblicz długości podstaw trapezu.



$a=h$

$b-a=2$

$b=2+a$

$Ob=8$

$a+h+b+c=8$

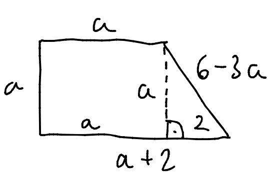
$a+a+2+a+c=8$

$c=8-3a-2=6-3a$

Zał. $c>0 \rightarrow 6-3a>0$

$-3a>-6 \;//(-3)$

$a<2$



$a^2+2^2=(6-3a)^2$

$a^2+4=6^2+2\cdot 6\cdot(-3a)+(-3a)^2$

$a^2+4=36-36a+9a^2$

$36 - 36a + 9a^2 - a^2 - 4 = 0$

$8a^2 - 36a + 32 = 0 \quad // 4$

$2a^2 - 9a + 8 = 0$

$A = 2 \quad B = -9 \quad C = 8$

$\Delta = B^2 - 4AC = 81 - 4 \cdot 2 \cdot 8$

$\Delta = 81 - 64 = 17$

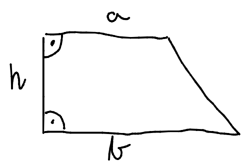
$a = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2A} = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{2 \cdot 2}$

$a = \frac{9 + \sqrt{17}}{4} > 2$ sprzecz.

$a = \frac{9 - \sqrt{17}}{4}$

$b = a + 2 = \frac{9 - \sqrt{17}}{4} + 2 = \frac{9 - \sqrt{17}}{4} + \frac{8}{4} = \frac{17 - \sqrt{17}}{4}$

b) Pole trapezu prostokątnego wynosi 40. Bok prostopadły do obu podstaw jest krótszy od jednej z nich o 2, a od drugiej o 4. Oblicz obwód tego trapezu.



$P_{\square} = 40 \qquad Ob_{\square} = ?$

$h = a - 2 \rightarrow a = h + 2$

$h = b - 4 \rightarrow b = h + 4$

$P = \frac{a+b}{2} \cdot h$

$\frac{h+2+h+4}{2} \cdot h = 40$

$\frac{2h+6}{2} \cdot h = 40$

$(h+3) \cdot h = 40$

$h^2 + 3h - 40 = 0$

$A = 1 \quad B = 3 \quad C = -40$

$\Delta = B^2 - 4AC = 9 - 4 \cdot 1(-40)$

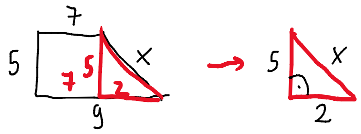
$= 9 + 160 = 169$

$h = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2A} = \frac{-3 \pm \sqrt{169}}{2 \cdot 1}$

$h = \frac{-3 \pm 13}{2}$ — -8 sprzecz.; 5

$a = h + 2 = 5 + 2 = 7$

$b = h + 4 = 5 + 4 = 9$.

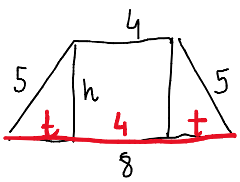


$x^2 = 5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29$

$x = \sqrt{29}$

$Ob_{\square} = 5 + 7 + 9 + \sqrt{29} = 21 + \sqrt{29}$

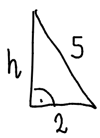
c) Oblicz pole trapezu równoramiennego o bokach długości: 4, 5, 5, 8.



$t + 4 + t = 8$

$2t = 8 - 4 = 4 \quad // 2$

$t = 2$



$h^2 + 2^2 = 5^2$

$h^2 + 4 = 25$

$h^2 = 25 - 4 = 21$

$h = \sqrt{21}$

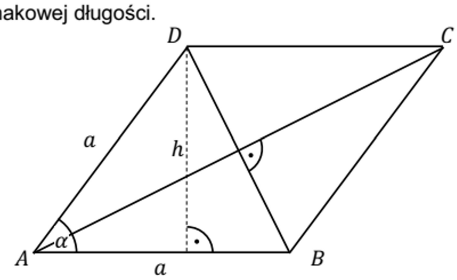
$P_{\square} = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{8+4}{2} \cdot \sqrt{21} = 6\sqrt{21}$.

Warto wiedzieć (tablice maturalne str. 21)

Romb – czworokąt, który ma wszystkie boki jednakowej długości.
Wzory na pole P rombu:

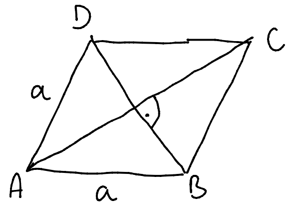
$P = ah \qquad P = a^2 \cdot \sin\alpha$

$P = \frac{1}{2} \cdot |AC| \cdot |BD|$



Zad. 7.

a) Jedna z przekątnych rombu jest o 6 dłuższa od drugiej. Pole tego rombu jest równe 56. Oblicz obwód tego rombu.



$|DB| = x$

$|AC| = |DB| + 6 = x + 6$

$P = 56$

$\frac{1}{2} \cdot x \cdot (x+6) = 56$

$\frac{1}{2}x^2 + 3x - 56 = 0$

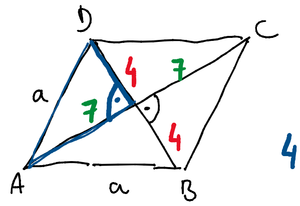
$A = \frac{1}{2} \quad B = 3 \quad C = -56$

$\Delta = B^2 - 4AC = 9 - 4 \cdot \frac{1}{2}(-56)$

$\Delta = 9 + 112 = 121$

$x = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2A} = \frac{-3 \pm \sqrt{121}}{2 \cdot \frac{1}{2}}$

$x = \frac{-3 \pm 11}{1}$ — -14 sprzecz. ; 8



$|BD| = 8$

$|AC| = 8 + 6 = 14$

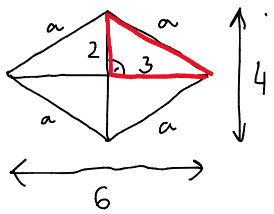
$4^2 + 7^2 = a^2$

$a^2 = 16 + 49 = 65$

$a = \sqrt{65}$

$Ob = 4a = 4\sqrt{65}$

b) Oblicz obwód rombu, którego przekątne mają długości 6 i 4.

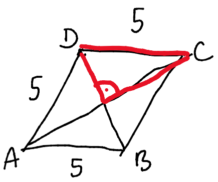


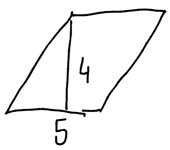
$a^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$

$a = \sqrt{13}$

$Ob = 4a = 4\sqrt{13}$

c) Dany jest romb o boku 5 i wysokości 4. Oblicz długości przekątnych tego rombu.





$|AC| = e$

$|BD| = f$

$P = \frac{1}{2} e \cdot f$

$P = a \cdot h = 5 \cdot 4 = 20$

$20 = \frac{1}{2} e \cdot f \quad / \cdot 2$

$ef = 40$

$\left(\frac{1}{2}e\right)^2 + \left(\frac{1}{2}f\right)^2 = 5^2$

$\frac{1}{4}e^2 + \frac{1}{4}f^2 = 25 \quad / \cdot 4$

$e^2 + f^2 = 100$

$(e+f)^2 = e^2 + 2ef + f^2 = 100 + 2 \cdot 40 = 180 \rightarrow e + f = \sqrt{180} = \sqrt{36 \cdot 5} = 6\sqrt{5}$

$(e-f)^2 = e^2 - 2ef + f^2 = 100 - 2 \cdot 40 = 20 \rightarrow e - f = \sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$

$+\begin{cases} e + f = 6\sqrt{5} \\ e - f = 2\sqrt{5} \end{cases}$

$2e = 8\sqrt{5} \quad /:2$

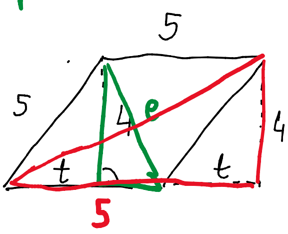
$e = 4\sqrt{5}$

$4\sqrt{5} + f = 6\sqrt{5}$

$f = 6\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

$e = 4\sqrt{5}$

II sposób.



$$\begin{cases} (5-t)^2+4^2=e^2 \\ (5+t)^2+4^2=f^2 \\ \left(\frac{1}{2}e\right)^2+\left(\frac{1}{2}f\right)^2=5^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5^2+2\cdot5(-t)+t^2+16=e^2 \\ 5^2+2\cdot5\cdot t+t^2+16=f^2 \\ \frac{1}{4}e^2+\frac{1}{4}f^2=25 \quad /\cdot 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 25-10t+t^2+16=e^2 \\ 25+10t+t^2+16=f^2 \\ e^2+f^2=100 \end{cases} \quad \xrightarrow{+} \quad 50+2t^2+32=e^2+f^2$$

$$\longrightarrow \quad e^2+f^2=100$$

$$82+2t^2=100$$

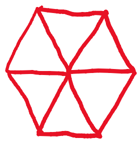
$$2t^2=100-82=18 \,//2$$

$$t^2=9 \rightarrow t=\sqrt{9}=3$$

$$e^2=(5-t)^2+4^2=(5-3)^2+4^2=2^2+16=4+16=20 \rightarrow e=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$$

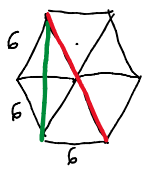
$$f^2=(5+t)^2+4^2=(5+3)^2+4^2=8^2+16=64+16=80 \rightarrow f=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$$

Warto wiedzieć → Sześciokąt foremny „zbudowany" jest z 6 trójkątów równobocznych.



Zad.8.

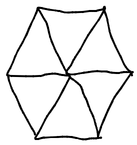
a) Oblicz długości przekątnych sześciokąta foremnego o boku długości 6.



$$f=2h_\Delta=2\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}=6\sqrt{3}$$

$$e=2a=2\cdot6=12.$$

b) Oblicz obwód sześciokąta foremnego, którego pole wynosi $24\sqrt{3}$.



$$P=6P_\Delta=6\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=24\sqrt{3} \,//\sqrt{3}$$

$$6\cdot\frac{a^2}{4}=24 \,//6$$

$$\frac{a^2}{4}=4 \,/\cdot 4$$

$$a^2=16$$

$$a=\sqrt{16}=4$$

$$Ob_{⬡}=6a=6\cdot4=24.$$

c) Krótsza przekątna sześciokąta foremnego ma długość 6. Oblicz długość dłuższej przekątnej.

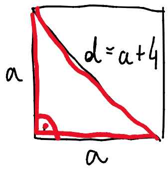
Patrz a) $f=a\sqrt{3}=6 \,//\sqrt{3}$

$$a=\frac{6}{\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$$

$$e=2a=2\cdot2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$$

Dodatkowo

Zad.9. Jakie pole ma kwadrat, którego przekątna jest o 4 dłuższa od boku?



$$a^2+a^2=(a+4)^2$$
$$2a^2=a^2+2\cdot a\cdot 4+4^2$$
$$2a^2-a^2-8a-16=0$$
$$a^2-8a-16=0$$
$$A=1 \quad B=-8 \quad C=-16$$

$$\Delta=B^2-4AC=64-4\cdot 1(-16)$$
$$\Delta=64+64=128$$
$$a=\frac{-B\pm\sqrt{\Delta}}{2A}=\frac{8\pm\sqrt{128}}{2\cdot 1}=\frac{8\pm\sqrt{64\cdot 2}}{2}$$
$$a=\frac{8+8\sqrt{2}}{2}=4+4\sqrt{2}$$
$$a=\frac{8-8\sqrt{2}}{2}=4-4\sqrt{2}<0 \quad \text{sprzeczn.}$$

$$P=a^2=(4+4\sqrt{2})^2=4^2+2\cdot 4\cdot 4\sqrt{2}+(4\sqrt{2})^2=16+32\sqrt{2}+16\cdot 2=48+32\sqrt{2}$$

II sposób Warto wiedzieć → **Przekątna kwadratu $d=a\sqrt{2}$**

$$d=a+4$$
$$a\sqrt{2}=a+4$$
$$a\sqrt{2}-a=4$$
$$a(\sqrt{2}-1)=4 \quad \| :(\sqrt{2}-1)$$
$$a=\frac{4}{\sqrt{2}-1}\cdot\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}=\frac{4\sqrt{2}+4}{\sqrt{2}^2-1^2}=\frac{4\sqrt{2}+4}{2-1}=\frac{4\sqrt{2}+4}{1}=4\sqrt{2}+4$$

$$P=a^2=(4+4\sqrt{2})^2=4^2+2\cdot 4\cdot 4\sqrt{2}+(4\sqrt{2})^2=16+32\sqrt{2}+16\cdot 2=48+32\sqrt{2}$$